

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Геометрия в компьютерных приложениях
по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
курс:	3
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: А.Ю. Перепечко, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 05.03.2020

Аннотация

Данный курс направлен на изучение геометрии дискретных поверхностей и их приложений. Курс направлен на изучение основных современных методов геометрии в компьютерных приложениях, базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в области геометрии в компьютерных приложениях.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Применение дифференциальной геометрии к дискретным поверхностям. Приложения в computer science.

Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в области геометрии в компьютерных приложениях;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области геометрии в компьютерных приложениях;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в области геометрии в компьютерных приложениях.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-4.2 Знает основные источники научно-технической и (или) технологической информации в области профессиональной деятельности
	ОПК-4.3 Умеет составлять аннотации, рефераты, библиографические перечни и обзоры информации в области своей профессиональной деятельности
	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре)	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры
	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценить качество разработанной модели

новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива
	ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- ☐ фундаментальные понятия, законы, теории части геометрии в компьютерных приложениях;
- ☐ современные проблемы соответствующих разделов геометрии в компьютерных приложениях;
- ☐ понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- ☐ основные свойства соответствующих математических объектов;
- ☐ аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач геометрии в компьютерных приложениях.

уметь:

- ☐ понять поставленную задачу;
- ☐ использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- ☐ оценивать корректность постановок задач;
- ☐ строго доказывать или опровергать утверждение;
- ☐ самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- ☐ самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- ☐ точно представить математические знания в области в устной и письменной форме.

владеть:

- ☐ навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- ☐ навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- ☐ культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- ☐ предметным языком геометрии в компьютерных приложениях и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Кривые на плоскости и в пространстве	2	2		4
2	Поверхности	2	2		4
3	Топология	2	2		6

4	Многообразия	4	4		6
5	Примеры многообразий.	2	2		6
6	Дискретизация	2	2		4
7	Симплициальные многообразия.	2	2		4
8	Гиперповерхности	2	2		4
9	Главные кривизны и направления	2	2		4
10	Линейные функционалы и внешние (кососимметрические) k -формы	2	2		6
11	Дифференциальные формы на многообразиях.	2	2		6
12	Дискретные внешние формы	2	2		6
13	Дискретные кривизны	2	2		6
14	Лапласиан	2	2		9
Итого часов		30	30		75
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

1. Кривые на плоскости и в пространстве

Определение, способы их задания. Касательная, Нормаль, Натуральная параметризация. Кривизна. Кручение. Формулы Френе.

2. Поверхности

Кривые на поверхностях. Касательное пространство. Первая квадратичная форма.

3. Топология

Метрические и топологические пространства. Непрерывные отображения. Компактные, связные, хаусдорфовы топологические пространства. Гомеоморфизмы. Связные компоненты.

4. Многообразия

Карты, атласы. Касательное пространство. Гладкие отображения гладких многообразий. Гладкие отображения, их дифференциал как линейное отображение касательных пространств. Погружение, вложение. Гомеоморфизмы и диффеоморфизмы многообразий. Формулировки знаменитых теорем вложения (Уитни, Нэша).

5. Примеры многообразий.

Стандартные пространства. Поверхности, заданные системой уравнений. Матричные группы. Проективное пространство. Касательное расслоение.

6. Дискретизация

Какая дискретизация считается хорошей? Дискретные кривые. Дискретная кривизна плоской кривой: соприкасающаяся окружность, угол вращения, вариация длин, формула Штейнера.

7. Симплициальные многообразия.

Симплициальный комплекс: абстрактный и геометрический. Симплициальное многообразие. Триангулированное многообразие. Ориентация. Двойственная сетка и полуребра

8. Гиперповерхности

Вторая квадратичная форма. Кривизны нормальных сечений. Теорема Менье. Формула Эйлера.

9. Главные кривизны и направления

Гауссова и средняя кривизны. Экстремальные свойства главных кривизн.

10. Линейные функционалы и внешние (кососимметрические) k -формы

Внешнее умножение мономов. Базис и размерность пространства внешних k -форм. Общее определение внешнего умножения внешних форм. Свойства. Звезда Ходжа.

11. Дифференциальные формы на многообразиях.

Определения, примеры, свойства. Внешнее дифференцирование дифференциальных форм. Точные и замкнутые формы. Интегрирование дифференциальных форм на многообразиях, теорема Стокса (без док-ва). Кодифференциал. Оператор Лапласа на пространстве дифференциальных форм.

12. Дискретные внешние формы

Дискретные внешние формы на поверхностях: 0-, 1- и 2-формы, дискретное умножение, дискретное дифференцирование, дискретная звезда Ходжа. Лапласиан и его дискретизация через внешние формы

13. Дискретные кривизны

Кривизны гладких поверхностей: определения и основные теоремы (без доказательств). Дискретная гауссова кривизна и теорема Гаусса-Бонне. Нормаль к поверхности и средняя кривизна

14. Лапласиан

Лапласиан на римановых многообразиях. Собственные значения и собственные функции Лапласиана. Дискретный Лапласиан. Дискретизация Лапласиана через собственные функции. Сглаживание и деформация

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Стандартная учебная аудитория.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии [Текст] : учебник для вузов / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко .— М. : Физматлит, 2004 .— 304 с.
2. Математические методы классической механики [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. И. Арнольд .— 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1989 .— 472 с.

Дополнительная литература

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://dm.fizteh.ru>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Применение дифференциальной геометрии к дискретным поверхностям. Приложения в computer science.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Информатика и вычислительная техника

профиль подготовки: Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики
кафедра дискретной математики

курс: 3

квалификация: бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: А.Ю. Перепечко, канд. физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-4.2 Знает основные источники научно-технической и (или) технологической информации в области профессиональной деятельности
	ОПК-4.3 Умеет составлять аннотации, рефераты, библиографические перечни и обзоры информации в области своей профессиональной деятельности
	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре)	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
	ОПК-5.3 Способен к профессиональной эксплуатации современной экспериментальной научно-исследовательской (измерительно-аналитической и технологической) аппаратуры
	ОПК-5.1 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований и разработок
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценить качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
	ПК-2.2 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого научного коллектива
	ПК-2.3 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Геометрия в компьютерных приложениях» обучающийся должен:

знать:

- ☐ фундаментальные понятия, законы, теории части геометрии в компьютерных приложениях;
- ☐ современные проблемы соответствующих разделов геометрии в компьютерных приложениях;
- ☐ понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- ☐ основные свойства соответствующих математических объектов;
- ☐ аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач геометрии в компьютерных приложениях.

уметь:

- ☐ понять поставленную задачу;
- ☐ использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- ☐ оценивать корректность постановок задач;
- ☐ строго доказывать или опровергать утверждение;
- ☐ самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- ☐ самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- ☐ точно представить математические знания в области в устной и письменной форме.

владеть:

- ☐ навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- ☐ навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- ☐ культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- ☐ предметным языком геометрии в компьютерных приложениях и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры заданий

1. Для произвольного выпуклого многогранника докажите, что сумма дефектов вершин равна 4π .
2. Докажите, что $H^2 \geq 4K$, где H - средняя кривизна в точке поверхности, а K - гауссова. Когда достигается равенство?
3. Докажите, что непрерывный образ компакта — компакт.
4. Докажите, что если каждая вершина симплицальной поверхности (связной, ориентируемой, без края) регулярна, то эта поверхность — тор.
5. Что можно сказать про $*(*\omega)$, если ω — внешняя k -форма на n -мерном пространстве ($*$ обозначает звезду Ходжа)?

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Кривые на плоскости и в пространстве: определение, способы их задания, касательная, нормаль, кривизна, репер Френе.
2. Поверхности: определение, способы их задания, первая и вторая квадратичная форма, их геометрические свойства.
3. Элементы топологии: топология в R^n , общая топология, непрерывность, гомеоморфизмы, компактные, связные пр-ва.
4. Гладкие многообразия: определения, примеры, касательное пр-во, отображения, многообразия с краем, ориентир-ть.
5. Некоторые виды многообразий: римановы мн-я, классификация компактных связных мн-й, триангуляция, эйлерова χ -ка.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений

- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения дифференцировывного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.

Оценка за семестр складывается из:

1. Работа на семинарах. Задача, сданная на семинаре, стоит 1 балл. Задачи со звёздочкой стоят вдвое больше. Если задача была разобрана на семинаре, то с домашнего задания она снимается. На дом остаются все задачи, не сделанные или не разобранные на семинаре.
2. Лабораторные работы. Предстоит несколько лабораторных работ на кривизны плоских кривых, поверхностей, дискретные формы на поверхностях и на построение оператора Лапласа-Бельтрами.
3. Теоретическая контрольная в ноябре. В вопросах контрольной могут присутствовать задания написать формулировки определений или теорем, а также задачи теоретического характера.

Более точные баллы за указанные пункты и формула для получения оценки будут объявлены в конце семестра